

Предисловие

Настоящее издание представляет собой сборник избранных работ выдающегося русского математика, крупного специалиста в области аналитической теории чисел, ведущего научного сотрудника Математического института им. В. А. Стеклова РАН, доктора физико-математических наук, профессора Сергея Михайловича Воронина (1946–1997).

К числу основных научных достижений С. М. Воронина относятся следующие результаты:

— доказаны теоремы об универсальности дзета-функции Римана и L -функций Дирихле, в которых утверждается, что сдвиги этих функций содержат в себе, по существу, все аналитические функции;

— доказана дифференциальная и функциональная независимость класса дзета-функций полей алгебраических чисел, что является решением усиленного варианта проблемы Гильберта;

— опровергнута гипотеза Турана о нулях частичных сумм ряда Дирихле дзета-функции Римана;

— решена проблема Титчмарша о распределении нулей в критической полосе дзета-функций Эпштейна, Дэвенпорта–Хейльбронна и подобных им функций;

— создано новое направление в теории дзета-функций, связанное с определением правильного порядка количества нулей, лежащих на критической прямой, арифметических рядов Дирихле, для которых гипотеза Римана заведомо не выполняется;

— на основе теории дивизоров создан эффективный метод построения оптимальных многомерных квадратурных и интерполяционных формул.

Помимо научной работы в Математическом институте им. В. А. Стеклова, С. М. Воронин преподавал, был профессором кафедры теории чисел в Московском педагогическом государственном университете им. В. И. Ленина. Он читал обязательные и специальные курсы. Его лекции, особенно по истории математики, пользовались неизменным успехом не только у студентов, но и у самих преподавателей. Каждая работа С. М. Воронина является оригинальной и получила развитие в исследованиях отечественных и зарубежных математиков. Знакомство с работами С. М. Воронина будет полезно всем, кто интересуется современными достижениями математики, в частности в области аналитической теории чисел.

Приведем слова С. М. Воронина, которые популярно поясняют основные идеи его собственных исследований, составляющих основное содержание настоящей книги*.

“Более двух столетий назад в работах Л. Эйлера возник метод производящих функций. Первые его применения были связаны с задачами теории чисел и комбинаторного анализа. В дальнейшем сфера приложений метода производящих функций расширялась и сейчас охватывает алгебру, топологию и, весьма значительно, теорию вероятностей. В теории чисел, исходной области применений метода, с ним связан ряд ярких ее достижений.

Отправной точкой метода производящих функций является сопоставление исследуемым объектам функций, причем отношения между объектами

* Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. — М.: Физматлит, 1994.

отражаются в отношениях между функциями. К функциям же можно применять всю мощь метода анализа бесконечно малых, что часто ведет к успеху в изучении исходной задачи”. И далее: “...объектом внимания является дзета-функция Римана, хотя в определенной степени затрагиваются функции Дирихле и Гекке. Многие свойства целых чисел отражаются в аналитических свойствах дзета-функции. Например, представление дзета-функции в виде произведения Эйлера по простым числам является отражением однозначности разложения целых чисел на простые числа. Другие связи свойств целых чисел и аналитических свойств дзета-функции видны не столь ясно, хотя внимательный анализ в ряде случаев выявляет эти связи”.

Книга состоит из четырех разделов. В разделе I публикуется кандидатская диссертация, в разделе II — докторская диссертация. В разделе III помещены статьи, расположенные в хронологическом порядке, в разделе IV — небольшая по объему книга “Простые числа” и две статьи, опубликованные в журнале “Квант”.

Редколлегия приносит глубокую благодарность Российскому фонду фундаментальных исследований, финансовая поддержка которого позволила осуществить настоящее издание.