Сергей Михайлович Воронин

Сергей Михайлович Воронин родился 11 марта 1946 г. в городе Горно-Алтайске в семье служащего. Отец Сергея Михайловича, Михаил Федорович Воронин, — инженер-нефтяник, мать, Пелагея Ильинична Воронина (урожденная Маслова), — учитель литературы в школе. С начала 1950-х годов семья Ворониных жила в городе Бугуруслане Оренбургской области. В школе Сергей увлекался химией, математикой, литературой. Занимался музыкой, окончил с отличием музыкальную школу по классу фортепиано.

В 1963 г. после окончания 10-го класса средней школы и успешных выступлений на математических олимпиадах Сергей Воронин был приглашен в летнюю математическую школу МГУ и остался завершать среднее образование в школе-интернате № 18 при МГУ. Это был первый год работы школы-интерната, создателем и руководителем которой стал академик А. Н. Колмогоров.

В 1964 г. С. М. Воронин поступил на механико-математический факультет Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова. Занимаясь теорией чисел, теорией функций, алгеброй, он выбрал узкую специализацию — аналитическую теорию чисел. Уже с первого курса он стал размышлять над самыми разными проблемами теории чисел. Научным руководителем С. М. Воронина в МГУ, а также в аспирантуре МИАН был профессор А. А. Карацуба.

Студенческие работы С. М. Воронина посвящены теории суммирования мультипликативных функций и дзета-функции Римана. В них Сергей Михайлович придумал новый подход к решению задач об асимптотическом поведении сумматорных функций, вариант которого известен в теории чисел как аналитический метод Адамара–Ландау.

В 1969 г. Сергей Михайлович поступил в аспирантуру Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР, а по ее окончании стал научным сотрудником МИАН. В 1972 г. он блестяще защищает кандидатскую диссертацию "Исследование поведения дзета-функции Римана", в которой им решены две крупные проблемы теории дзета-функции Римана: многомерная проблема распределения значений дзета-функции Римана $\zeta(s)$ и ее производных в критической полосе и проблема нулей начальных отрезков ряда Дирихле функции $\zeta(s)$.

Изучением распределения значений $\zeta(s)$ впервые начал заниматься Г. Бор в 1914 г. Он доказал, в частности, что кривая $\gamma = \gamma(t) = \zeta(\sigma + it)$, где σ — фиксированное число, $1/2 < \sigma < 1$, $t \in (-\infty, +\infty)$, всюду плотна в $\mathbb{C}$. В диссертации С. М. Воронин решает проблему распределения значений векторов $V_1(t)$ и $V_2(t)$ в $\mathbb{C}^n$, где

$$\begin{aligned} V_1(t) &= \big(\zeta(s_1 + it), \zeta(s_2 + it), \ldots, \zeta(s_n + it)\big), \\ V_2(t) &= \big(\zeta(s + it), \zeta'(s + it), \ldots, \zeta^{(n-1)}(s + it)\big) \end{aligned}$$

при фиксированных $s_1, \ldots, s_n, s$; параметр t меняется в интервале $(-\infty, +\infty)$. Оказывается, что значения дзета-функции в точках $s_1 + it$, $s_2 + it$, …, $s_n + it$ в определенном смысле независимы, если только $s_j \neq s_k$ при $j \neq k$ и $1/2 < \operatorname{Re} s_j \leq 1$. Более точно: кривая $V_1(t)$ всюду плотна в $\mathbb{C}^n$. Аналогичное утверждение справедливо и для $V_2(t)$. Из всюду плотности $V_2(t)$ в $\mathbb{C}^n$ следует утверждение о том, что не существует непрерывной функции $F(z_1, z_2, \ldots, z_n)$ от n комплексных переменных, не равной тождественно нулю и такой, что $F(\zeta(s + it),$

$\zeta'(s+it),\ldots,\zeta^{(n-1)}(s+it)) = 0$ при фиксированном $\operatorname{Re} s = \sigma$, $1/2 < \sigma \leq 1$. Поэтому не существует "непрерывного динамического" дифференциального уравнения, которому удовлетворяла бы дзета-функция Римана.

Вопрос о дифференциальных свойствах ζ-функции поставил в 1900 г. Д. Гильберт в своем докладе на Математическом конгрессе. Он отметил, что, используя результат Гёльдера об алгебраической дифференциальной независимости гамма-функции и функциональное уравнение Римана для дзета-функции, можно доказать алгебраическую дифференциальную независимость $\zeta(s)$. В том же докладе Гильберт сделал предположение, что функция $\zeta(s,x) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} n^{-s}x^n$ не удовлетворяет никакому алгебраическому дифференциальному уравнению с частными производными. Это утверждение было доказано А. Островским в 1921 г. Позднее подобные теоремы были доказаны для L-функций Дирихле, однако в них существенно используется алгебраичность дифференциального уравнения. Именно, используется тот факт, что функциональное равенство нулю суперпозиции рядов Дирихле и многочлена ведет к равенству нулю коэффициентов Дирихле в ряде после формального раскрытия скобок. Поэтому всюду плотность $V_2(t)$ в $\mathbb{C}^n$ дает возможность избегать в некоторых ситуациях использования алгебраичности уравнений и, тем самым, рассматривать более широкие классы уравнений. Такие уравнения и были рассмотрены в кандидатской диссертации С. М. Воронина как для $\zeta(s)$, так и для $\zeta(s,x)$.

Другой проблемой, которая была решена С. М. Ворониным в кандидатской диссертации, является проблема нулей сумм $f_n(s)$ вида $f_n(s) = 1 + 2^{-s} + 3^{-s} + \ldots + n^{-s}$. В теории чисел известна гипотеза, высказанная П. Тураном в 1948 г., о том, что $f_n(s) \neq 0$ при $\operatorname{Re} s > 1$ и любых $n \geq 1$. Из этой гипотезы следует гипотеза Римана о нулях дзета-функции. С. М. Воронин доказывает, что $f_n(s)$ имеет нули при $\operatorname{Re} s > 1$ для сколь угодно больших n. Он также доказывает, что при $1/2 < \sigma_1 < \sigma_2 < 1$ существует n_1 такое, что при $n \geq n_1$ функция $f_n(s)$ имеет бесконечно много нулей в полосе $\sigma_1 < \operatorname{Re} s < \sigma_2$. Несколько позднее С. М. Воронин уточняет свою теорему о нулях $f_n(s)$ и доказывает, что существуют абсолютные постоянные $c_1 > 0$ и $n_1 > 0$ такие, что при $n \geq n_1$ уравнение $f_n(s) = 0$ имеет решение $s = s_1$, где $\operatorname{Re} s_1 > 1 + c_1(\log n)^{-1}$.

С большой энергией С. М. Воронин стал заниматься поисками подходов к решению двух центральных проблем аналитической теории чисел: гипотезы Римана и бинарной проблемы Гольдбаха. В частности, много усилий он приложил к тому, чтобы доказать, что почти все комплексные нули дзета-функции Римана лежат на критической прямой. Последнее утверждение не доказано до сих пор. Однако размышления над этим утверждением привели к знаменитой теореме Воронина об универсальности функции $\zeta(s)$, доказанной им в 1975 г.: *если произвольная аналитическая в круге $|s| \leq r < 1/4$ функция $f(s)$ не имеет нулей в этом круге, то для всякого $\varepsilon > 0$ найдется $t > 0$ такое, что*

$$|f(s) - \zeta(s + 0{,}75 + it)| < \varepsilon$$

при всех $|s| \leq r$.

Теорема об универсальности дзета-функции, ее обобщения на L-ряды Дирихле, дзета-функции алгебраических числовых полей, а также теоремы о нулях дзета-функции Эпштейна (дзета-функции квадратичных форм) составили содержание докторской диссертации С. М. Воронина "Аналитические свойства производящих функций Дирихле арифметических объектов", которую он защитил в 1977 г. в Математическом институте им. В. А. Стеклова. Теорема Воронина об универсальности стала широко известной и получила многочисленные обобщения в самых разных направлениях. Особый интерес представляет работа американских математиков К. Битара, Н. Н. Кхури и Х. С. Рена, опубликованная в 1991 г., о вычислении континуальных интегралов квантовой механики на основе теоремы Воронина об универсальности дзета-функции Римана. Одной из теорем докторской диссертации С. М. Воронина, относящейся к нулям дзета-функций, является следующая: *пусть* $1/2 < \sigma_1 < \sigma_2 < 1$; *если число классов дивизоров поля* $\mathbb{Q}(\sqrt{d}\,)$ *больше одного, то при* $T \geq T_1 > 0$ *в области* $\sigma_1 < \operatorname{Re} s < \sigma_2$, $0 < \Im s \leq T$ *находится не меньше* $c_1 T$ *нулей дзета-функции* $\zeta(s, K)$ *квадратичной формы* $K = ax^2 + bxy + cy^2$, *где* $d = b^2 - 4ac < 0$, $\;c_1 = c_1(\sigma_1, \sigma_2) > 0$.

В теории дзета-функций известны аналитические функции, которые задаются в правой полуплоскости рядом Дирихле, имеют функциональное уравнение риманова типа и таковы, что для них гипотеза Римана не выполняется, т. е. они имеют комплексные нули, не лежащие на критической прямой. Одной из самых простых таких функций является функция Дэвенпорта–Хейльбронна, найденная ими в 1936 г. В 1980 г. С. М. Воронин доказывает теорему о том, что, тем не менее, критическая прямая является "особым множеством" для нулей функции Дэвенпорта–Хейльбронна, на этой прямой лежит "аномально много" нулей. Несколько позднее подобный результат был доказан им и для некоторых дзета-функций квадратичных форм. Так родилось новое направление в теории дзета-функций, связанное с определением правильного порядка количества нулей, лежащих на критической прямой, арифметических рядов Дирихле, для которых гипотеза Римана заведомо не выполняется.

С. М. Воронина интересовали самые разные проблемы математики. Принимая активное участие в работе семинара "Аналитическая теория чисел и приложения" в МГУ, он, помимо докладов о своих собственных оригинальных исследованиях, прочитал целый ряд больших обзорных докладов: "10-я проблема Гильберта" (по работам Ю. В. Матиясевича и Ю. Робинсон); "Нули дзета-функции Римана на критической прямой" (по работам А. Сельберга, К. Зигеля и Н. Левинсона); "О приближении безгранично делимыми законами распределений" (по работам А. Н. Колмогорова и Ю. В. Прохорова); "О десятом дискриминанте" (по работе К. Хегнера); "О больших значениях полиномов Дирихле" (по работам Г. Монтгомери и М. Ютилы); "Риманова дзета-функция и его гипотеза" (по работам А. Сельберга). Доклады носили творческий характер.

Много усилий было приложено С. М. Ворониным к решению бинарных аддитивных проблем теории чисел. Здесь одной из его идей была идея разложения характеристической функции интервала по характеристическим функциям арифметических прогрессий. Результаты этого направления исследований опубликованы им в двух больших статьях: "О круговом методе" и "О суммах Клоостермана".

Начиная с 1978 г. С. М. Воронин занимается квадратурными формулами. Сначала он обдумывает преимущества и недостатки уже созданных методов, включая метод Монте-Карло. Затем в серии работ публикует свои собственные результаты, связанные с построением квадратурных и интерполяционных формул с помощью теории дивизоров в полях алгебраических чисел. В одной из последних работ эффективно построены квадратурные формулы на основе теории круговых полей. Эти формулы точны на полиномах Фурье и слабо зависят от размерности полиномов.

Будучи профессором кафедры теории чисел МГПИ им. В. И. Ленина, С. М. Воронин читал оригинальные курсы по теории чисел и истории математики. Особенно интересными были лекции по истории математики, в которых он поражал слушателей своими энциклопедическими знаниями в самых разных областях естественных и гуманитарных наук.

Четыре ученика Сергея Михайловича — Р. Т. Турганалиев, К. М. Эминян, С. Л. Захаров и С. Кожегельдинов — защитили кандидатские диссертации, а Н. Темиргалиев, Д. Исмоилов, В. И. Скалыга, научным консультантом которых был С. М. Воронин, защитили докторские диссертации.

Работы С.М. Воронина об универсальности дзета-функции Римана, о нулях арифметических рядов Дирихле, о применении теории дивизоров в квадратурных формулах послужили созданию новых направлений исследований в математике, которые в настоящее время активно развиваются как в нашей стране, так и за рубежом.

Идеи и методы Сергея Михайловича Воронина еще долгие годы будут востребованы учеными, а его имя достойно занимает одно из первых мест в ряду имен выдающихся математиков нашей страны.

А. А. Карацуба, Г. И. Архипов, В. А. Исковских